

Государственное бюджетное общеобразовательное учреждение  
школа-интернат № 1 имени К. К. Грота  
Красногвардейского района Санкт-Петербурга

---

Исследовательская работа  
**Как найти фигурные числа?**

Математика

Владимирова Вера  
ученица 6б класса

Руководитель:  
Сергеева Вилора Вячеславовна,  
учитель надомного обучения  
ГБОУ школы-интерната  
№ 1 им. К.К.Грота

Санкт-Петербург  
2018

## **ОГЛАВЛЕНИЕ**

Введение
1. Информационная часть
2. Исследовательская часть
Заключение
Источники информации
Приложения

## ВВЕДЕНИЕ

В учебнике по математике есть рассказы об истории возникновения и развития математики. В одном из них числа 10 и 16 представлены, как фигурные. Там же содержатся задание и вопросы: «...попробуйте найти ещё несколько треугольных и квадратных чисел. Какими свойствами обладают эти числа? Подумайте, как можно находить треугольные и квадратные числа, используя ряд натуральных чисел.»

Мне стало интересно, что же это за числа, смогу ли я справиться с заданием и ответить на предложенные вопросы.

Сначала я попробовала сама составлять треугольные и квадратные числа, ставя точки на листе бумаги. Увидела некоторые закономерности. Потом я нашла информацию об истории возникновения и свойствах фигурных чисел. Узнала о том, что есть и другие виды фигурных чисел, и тоже решила научиться их составлять.

**Гипотеза:** Фигурные числа можно находить не только выкладывая однородные мелкие предметы, но и по формуле, используя ряд натуральных чисел.

**Объект** исследования: фигурные числа.

**Предмет** исследования: свойства фигурных чисел и закономерности их составления.

**Цель** исследования: найти способы нахождения фигурных чисел,

**Задачи:**

1. Составить несколько первых фигурных чисел разных видов.
2. Определить некоторые свойства этих видов фигурных чисел.
3. Найти информацию об истории возникновения этих чисел.
4. Изучить доступные свойства фигурных чисел.
5. Описать способы составления фигурных чисел.

**Методы исследования:**

поисковый метод: работа с источниками информации;

практический метод: практическая работа, поиск фигурных чисел;

анализ полученной информации.

## 1. ИНФОРМАЦИОННАЯ ЧАСТЬ

Как возникли фигурные числа? Какую роль они играли в древности и какое значение имеют сейчас? Какими свойствами обладают? Что такое натуральные числа и какими они бывают?

### 1.1. Из истории возникновения фигурных чисел

Давным-давно люди считали на пальцах рук и ног. Было придумано немало хитроумных способов счета при помощи пальцев и их суставов. С развитием хозяйственной деятельности появились «большие» числа. Для удобства подсчета стали использовать однородные мелкие предметы: камешки, ракушки, бобы ... Эти предметы раскладывали на специальной доске и пересчитывали. Можно было заметить, что некоторые количества предметов при раскладывании образуют уже известные к тому времени геометрические фигуры.

Людам в Древнем Египте и Вавилоне надо было строить каналы, возводить плотины и валы, восстанавливать границы земельных участков после разливов рек. Так что простые геометрические фигуры, их свойства, способы вычисления площадей были известны уже народам Древнего Востока. Их умения строить громадные здания тоже это подтверждают. Так возникла геометрия, отсюда она перешла в Грецию.

Итак, первоначально фигурные числа выкладывались при счете, как математический объект возникли из связи чисел (количеств) с геометрическими фигурами: отрезок, треугольник, прямоугольник, квадрат.

Пифагор создал одну из самых известных философских школ в Древней Греции. «Музыка и астрономия были сведены пифагорейцами к анализу числовых закономерностей, то есть к арифметике и геометрии. Все четыре дисциплины стали называться одним словом «математа». [] Прежде размышлений над глубокими тайнами Вселенной его ученики как можно больше занимались математикой.

Объясняя устройство мира, Пифагор опирался на математику. «Все вещи – суть числа,» – считали последователи Пифагора и повсюду искали числа для объяснения сути вещей. Они составляли фигуры, которые содержали определенное число предметов, изображали числа точками. Числа разделили на группы. В каждую группу входили числа, которые имеют одну и ту же форму: треугольник, квадрат, пятиугольник и так далее. Такие числа стали называть фигурными.

С помощью фигурных чисел и их свойств пифагорейцы описывали устройство Вселенной, земного мира и человека.

## 1.2. Натуральный ряд чисел

В пятом классе я узнала, что числа, которые мы используем при счете предметов, называются натуральными. Если их записать по порядку так, как мы их называем при счете, то получится ряд натуральных чисел.

Этот ряд начинается с единицы и не имеет конца, а каждое следующее число ряда на 1 больше предыдущего.

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, ...

Все числа натурального ряда могут быть распределены на два ряда, на числа четные и нечетные.

Четные числа: 2, 4, 6, 8, ...

Нечетные числа: 1, 3, 5, 7, 9, ...

Если пронумеровать числа в этих рядах по порядку, то можно заметить, что четное число в 2 раза больше своего номера  $n$ :  $2n$ .

Нечетное число может быть найдено путем умножения номера на 2 и вычитания единицы:  $2n-1$ .

В шестом классе я узнала, что все числа натурального ряда могут быть распределены и на два других ряда, на числа простые и составные, и 1 (1 не является ни простым ни составным числом):

Простые числа: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 29, ...

Составные числа: 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20, 21, ...

Любое натуральное число либо простое, либо может быть представлено как произведение простых чисел.

### **1. 3. Фигурные числа**

Любое целое число, которое является произведением двух целых чисел, можно назвать прямоугольным числом. Когда две стороны прямоугольника имеют одну и ту же длину, то такое число является квадратным числом, или квадратом.

Некоторые числа можно представлять в виде прямоугольных чисел только в виде цепочки точек, лежащих в одном ряду. Такие числа греки называли простыми числами. Число 1 – «кирпич», из которого строились все остальные числа. Можно рассматривать точки, равномерно заполняющие не только прямоугольники и квадраты, но и другие геометрические фигуры, например, треугольники.

Эти построения позволяли математикам объединить геометрию и арифметику, считать, открывать законы чисел, использовать свойства фигурных чисел для построения математических моделей.

## 2.ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ ЧАСТЬ

Выкладывание фигурных чисел; связь между фигурными числами и рядом натуральных чисел; запись формул и вычисления по ним.

### 2.1 Треугольные числа

Я выкладывала треугольники из кубиков. Приложение 1.

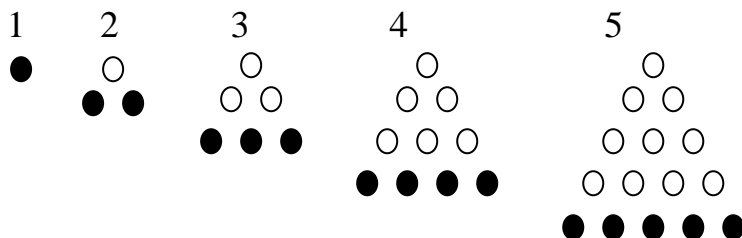


Рисунок 1.

Можно заметить, что треугольные числа получаются при сложении натуральных чисел по порядку.

n	число
1	1
2	$1+2=3$
3	$1+2+3=6$
4	$1+2+3+4=10$
5	$1+2+3+4+5=15$
6	$1+2+3+4+5+6=21$
7	$1+2+3+4+5+6+7=28$
8	$1+2+3+4+5+6+7+8=36$
9	$1+2+3+4+5+6+7+8+9=45$
10	$1+2+3+4+5+6+7+8+9+10=55$

## 2.2. Квадратные числа

Я выкладывала квадраты из кубиков. Приложение 2.

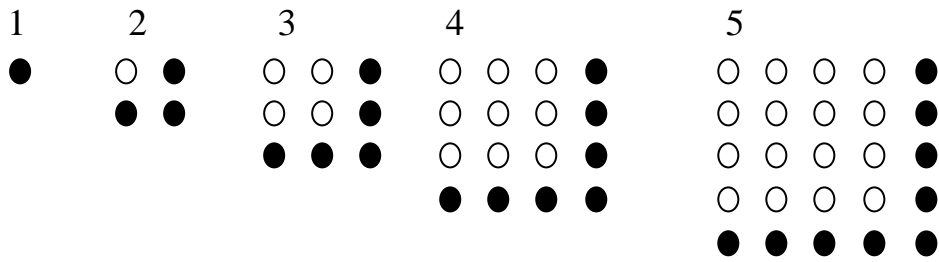


Рисунок 2.

Можно заметить, что квадратные числа получаются при сложении нечетных чисел по порядку.

n	число
1	1
2	$1+3=4$
3	$1+3+5=9$
4	$1+3+5+7=16$
5	$1+3+5+7+9=25$
6	$1+3+5+7+9+11=36$
7	$1+3+5+7+9+11+13=49$
8	$1+3+5+7+9+11+13+15=64$
9	$1+3+5+7+9+11+13+15+17=81$
10	$1+3+5+7+9+11+13+15+17+19=100$



### 2.3. Прямоугольные числа

Я выкладывала прямоугольники из кубиков. Приложение 3.

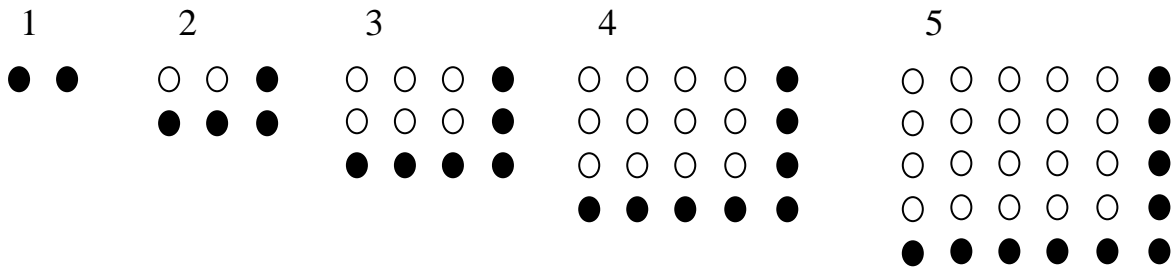


Рисунок 3.

Можно заметить, что прямоугольные числа получаются при сложении четных чисел по порядку.

n	число
1	2 = 1*2
2	2+4=6 = 2*3
3	2+4+6=12 = 3*4
4	2+4+6+8=20 = 4*5
5	2+4+6+8+10=30 = 5*6
6	2+4+6+8+10+12=42 = 6*7
7	2+4+6+8+10+12+14=56 = 7*8
8	2+4+6+8+10+12+14+16=72 = 8*9
9	2+4+6+8+10+12+14+16+18=90 = 9*10
10	2+4+6+8+10+12+14+16+18+20=110 = 10*11

## 2.4. Кубические числа

Я выкладывала кубические числа из кубиков. Приложение 4.

n	число
1	1
2	$2*2*2=8$
3	$3*3*3=27$
4	$4*4*4=64$
5	$5*5*5=125$
6	$6*6*6=216$
7	$7*7*7=343$
8	$8*8*8=512$
9	$9*9*9=729$
10	$10*10*10=1000$

## 2.5 Формулы для нахождения фигурных чисел

Слово «формула» в переводе с латинского означает «правило», «форма».

$n$  – ные по счету фигурные числа могут быть вычислены по формулам:

1. Кубическое:  $n \cdot n \cdot n$

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	1	8	27	64	125	216	343	512	729	1000
	$1 \cdot 1 \cdot 1$	$2 \cdot 2 \cdot 2$	$3 \cdot 3 \cdot 3$	$4 \cdot 4 \cdot 4$	$5 \cdot 5 \cdot 5$					

2. Квадратное:  $n \cdot n$

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
	$1 \cdot 1$	$2 \cdot 2$	$3 \cdot 3$	$4 \cdot 4$	$5 \cdot 5$					

3. Прямоугольное:  $n \cdot (n+1)$

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	2	6	12	20	30	42	56	72	90	100
	$1 \cdot 2$	$2 \cdot 3$	$3 \cdot 4$	$4 \cdot 5$	$5 \cdot 6$					

4. Треугольное:

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	1	3	6	10	15	21	28	36	45	55
	$2/2$	$6/2$	$12/2$	$20/2$	$30/2$	$42/2$	$56/2$	$72/2$	$90/2$	$110/2$

Можно заметить, что треугольное число составляет половину от прямоугольного числа.

Запишем формулу для прямоугольного числа и разделим её на 2

$$n \cdot (n+1) / 2$$

Найдем десятые фигурные числа по формулам.

1. Кубическое:  $n \cdot n \cdot n$ ,  $n = 10$   $10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000$ .

2. Квадратное:  $n \cdot n$ ,  $n = 10$   $10 \cdot 10 = 100$ .

3. Прямоугольное  $n \cdot (n+1)$ ,  $n = 10$   $10 \cdot (10+1) = 110$ .

4. Треугольное:  $n \cdot (n+1) / 2$ ,  $n = 10$   $10 \cdot (10+1) / 2 = 55$ .

Те же числа были получены при выкладывании фигурных чисел, при сложении натуральных чисел по порядку.

## 2.6 Фигурные числа в математике

Фигурные числа помогают «увидеть» свойства действий с рациональными числами.

$$a + b = b + a$$

$$a * b = b * a$$

$$(a + b) * c = a * c + b * c$$

От фигурных чисел произошли выражения: «квадрат числа», «куб числа», «возвести в квадрат», «возвести в куб».

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Я составила по 10 треугольных, квадратных, прямоугольных и кубических чисел и заметила их особенности.

Я изучила и обобщила информацию об истории возникновения фигурных чисел, проверила некоторые свойства, нашла связь между фигурными числами и натуральным рядом:

**треугольные** числа получаются при сложении **натуральных** чисел по порядку,

**прямоугольные** числа получаются при сложении четных чисел по порядку,

**квадратные** числа получаются при сложении **нечетных** чисел по порядку.

Фигурные числа можно находить разными способами:

1. выкладывать мелкие предметы по форме и пересчитывать,
2. последовательно складывать числа натуральные, четные или нечетные.

3. вычислять по формулам.

Таким образом, задачи исследования выполнены, гипотеза подтвердилась.

Я смогла выполнить дополнительное задание из учебника. Фигурные числа помогли мне «увидеть» законы действий с числами, обобщить знания о натуральных числах.

Я узнала, что эти числа математики и физики используют до сих пор.

Что-то о фигурных числах я пока понять не смогла, с чем-то я встречусь еще в старших классах.

## ИСТОЧНИКИ ИНФОРМАЦИИ

1. Виленкин Н.Я. Математика.6 класс.– М.: «Мнемозина»,2013.
- 2.Волошинов А.В. Математика и искусство.– М.: Просвещение, 2000.
- 3.Свечников А.А. Путешествие в историю математики, или как люди учились считать.– М.: Педагогика–Пресс, 1995.
4. Я познаю мир: Детская энциклопедия: Математика/ Составитель Савин А.П.– М.: ООО «Издательство АСТ– ЛТД»,1998.

**ПРИЛОЖЕНИЕ 1**

Составление треугольных чисел.

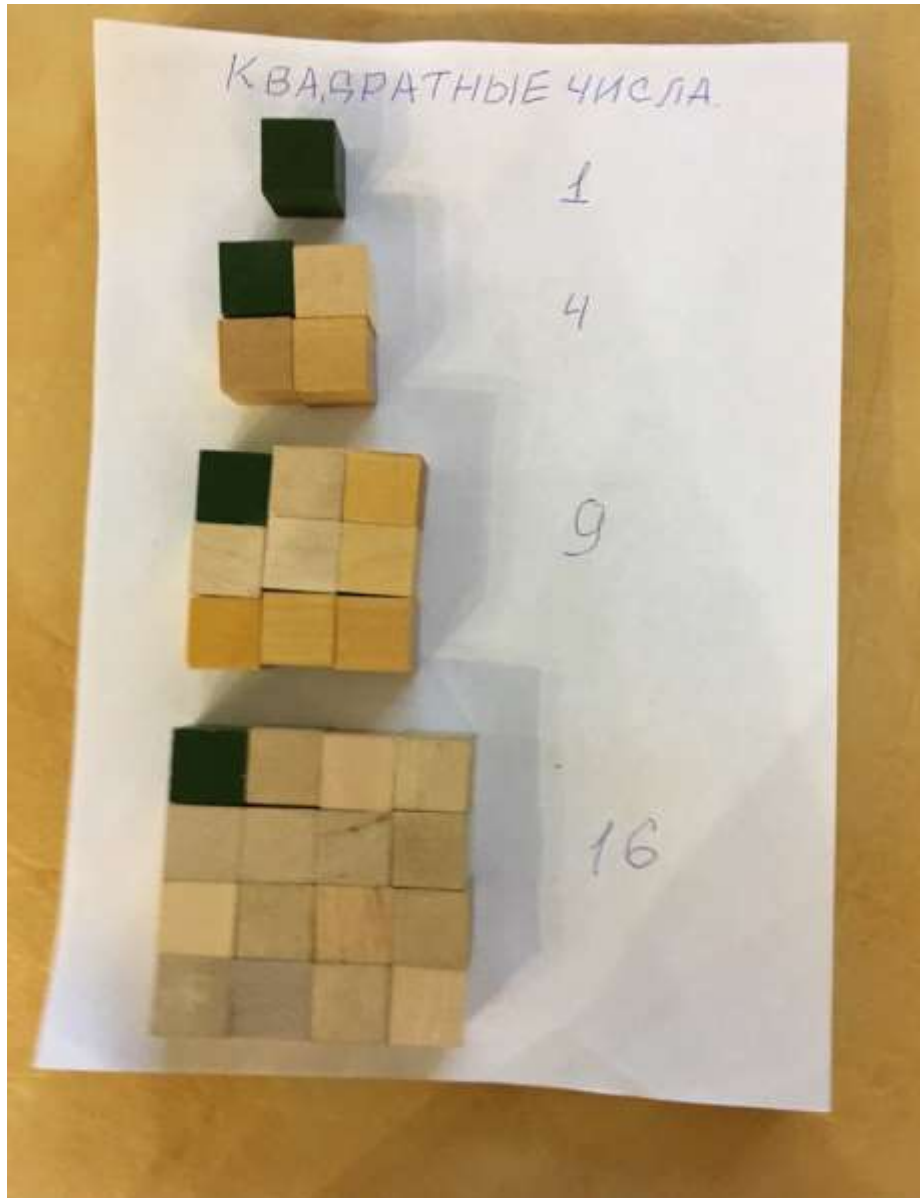






**ПРИЛОЖЕНИЕ 2**

Составление квадратных чисел



## ПРИЛОЖЕНИЕ 3

Составление прямоугольных чисел.



**ПРИЛОЖЕНИЕ 4**

Составление кубических чисел.

